

Matematika 2

Pismeni ispiti i rješenja

Sadržaj

2. veljače 2009.	2
9. veljače 2009.	3
16. veljače 2009.	4
15. lipnja 2009.	5
29. lipnja 2009.	6
6. srpnja 2009.	7
31. kolovoza 2009.	7
18. siječnja 2010.	8
1. veljače 2010.	9
15. veljače 2010.	10
12. travnja 2010.	10
14. lipnja 2010.	11
28. lipnja 2010.	12
5. srpnja 2010.	13
1. rujna 2010.	14
31. siječnja 2011.	15
2. svibnja 2011.	16
13. lipnja 2011.	17
27. lipnja 2011.	18
11. srpnja 2011.	19
11. kolovoza 2011.	20

Ovi materijali su preuzeti sa stranice www.matematicko-podzemlje.com.

Unatoč uloženom naporu, moguće je da se ponegdje potkrala kakova greška. Ukoliko uočite koju, molim javite mi na e-mail [matematicko.podzemlje\(a\)gmail.com](mailto:matematicko.podzemlje@gmail.com) da je ispravim. Hvala.

Isto tako, ukoliko imate (novijih) pismenih koji nisu sadržani u ovom dokumentu, molim pošaljite mi ih da ih riješim i uključim. Hvala.

2009-02-02 (A)

1. Nacrtajte područje definicije funkcije $f(x, y) = \ln \frac{x^2 + 2x - y}{2y}$. Napišite formulu prvog diferencijala funkcije u točki $(1, 1)$.

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 \sqrt{n}}{(2x-1)^n} \right)^{-1}$.

3. Izračunajte

$$\iint_D (2x + 3y + 10) \, dx \, dy$$

gdje je D trokut ABC s vrhovima $A(3, 3)$, $B(0, -4)$, $C(6, -4)$.

4. Pokažite da je diferencijalna jednačba $6xy + 3x^2y = 12yy'$ egzaktna. Riješite jednačbu i odredite ono rješenje koje zadovoljava početni uvjet $y(1) = 1$.

5. Odredite barem tri rješenja sustava

$$\begin{aligned} 3x + y &= 6 \\ 2x &+ z = 9 \end{aligned}$$

2009-02-02 (B)

1. Nacrtajte područje definicije funkcije $f(x, y) = \ln \frac{x^2 - 2x + y}{x}$. Napišite formulu prvog diferencijala funkcije u točki $(1, 2)$.

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{n(n+1)}}{(2x+1)^n} \right)^{-1}$.

3. Izračunajte

$$\iint_D (3x + 2y + 20) \, dx \, dy$$

gdje je D trokut ABC s vrhovima $A(0, 4)$, $B(-3, -3)$ i $C(6, 4)$.

4. Pokažite da je diferencijalna jednačba $6xyy' = 12x - 3y^2$ egzaktna. Riješite jednačbu i odredite ono rješenje koje zadovoljava početni uvjet $y(1) = 1$.

5. Odredite barem tri rješenja sustava

$$\begin{aligned} x - 16y &= 5 \\ y &+ z = 9 \end{aligned}$$

2009-02-09 (A)

1. Nacrtajte domenu funkcije $f(x, y) = \sqrt{\frac{12 - xy}{x + y - 8}}$. Napišite jednađbu tangencijalne ravnine na graf $z = f(x, y)$ u točki domene $(8, \frac{1}{2})$.

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x + 3)^n}{3^n \sqrt{n}}$.

3. Izračunajte

$$\iint_D (xy - x - y) \, dx \, dy$$

gdje je D rješenje sustava nejednađbi $y \leq 4$, $x + y \leq 8$ i $x, y \geq 0$.

4. Riješite diferencijalnu jednađbu $y'' + y = \cos x$.

5. Riješite sustav linearnih jednađbi

$$\begin{aligned} 2x + y &= 0 \\ 3x + z &= 0 \\ 5x + y + z &= 0 \end{aligned}$$

tako da odredite bar jedno rješenje $\neq 0$.

2009-02-09 (B)

1. Nacrtajte domenu funkcije $f(x, y) = \sqrt{\frac{6 - x - y}{xy - 5}}$. Napišite jednađbu tangencijalne ravnine na graf $z = f(x, y)$ u točki domene $(2, 3)$.

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x + 3)^n}{2^n n^2}$.

3. Izračunajte

$$\iint_D (xy + x + y) \, dx \, dy$$

gdje je D rješenje sustava nejednađbi $x \geq 2$, $x + y \leq 8$ i $x, y \geq 0$.

4. Riješite diferencijalnu jednađbu $y'' - y = e^x$.

5. Riješite sustav linearnih jednađbi

$$\begin{aligned} x + 2y &= 0 \\ 3y + z &= 0 \\ x + 5y + z &= 0 \end{aligned}$$

tako da odredite bar jedno rješenje $\neq 0$.

2009-02-16 (A)

1. Nacrtajte domenu funkcije $f(x, y) = \sqrt{y^2 - x - 1}$. Odredite $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ u točki domene (2, 2).

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3x+2}{2x-3}\right)^n$.

3. Izračunajte

$$\iint_D y^2 \, dx \, dy$$

gdje je D pravokutnik duljine 4 i visine 6 kojemu je ishodište sjecište dijagonala.

4. Riješite diferencijalnu jednačinu $(1+x^2)y' - xy = 2x$.

5. Riješite sustav linearnih jednačina

$$\begin{aligned} 2x + y + 3z &= 7 \\ 3x + y + z &= 8 \\ 5x + y + z &= 14 \end{aligned}$$

2009-02-16 (B)

1. Nacrtajte domenu funkcije $f(x, y) = \ln(y^2 + x + 1)$. Odredite $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ u ishodištu.

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2x+3}{3x-2}\right)^n$.

3. Izračunajte

$$\iint_D x^2 \, dx \, dy$$

gdje je D kvadrat opsega 16 kojemu je ishodište sjecište dijagonala.

4. Riješite diferencijalnu jednačinu $x^2 y' - 2xy = 3$.

5. Riješite sustav linearnih jednačina

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 2 \\ 2x + 3y + z &= 1 \\ x + 5y + z &= -6 \end{aligned}$$

2009-06-15 (A)

1. Odredite lokalne ekstreme funkcije $f(x, y) = xy - x + y$ uz uvjet $y = x^2$.
2. Izračunajte $\iint_D x^2 dx dy$ gdje je D trokut s vrhovima u točkama $T_1(0, 0)$, $T_2(1, 1)$ i $T_3(1, 10)$.
3. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$ D'Alambertovim kriterijem.
4. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y'' - 5y' + 6y = 6xe^x$. Odredite vrijednosti konstanti za početne uvjete $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
5. Riješite sustav i napišite bar jedno netrivialno rješenje:

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 0 \\ 2x + y + z &= 0 \\ 3x + 3y + 4z &= 0 \end{aligned}$$

RJEŠENJA.

$$1. z_{\min} = -\frac{5}{7} \text{ u } T(\frac{1}{3}, \frac{1}{9}) \quad 2. I = \frac{9}{4} \quad 3. \text{ red konvergira} \quad 4. y(x) = -3e^{2x} - \frac{1}{2}e^{3x} + (3x + \frac{9}{2})e^x$$

$$5. \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \lambda; \text{ odabirom primjerice } \lambda = 3 \text{ dobije se } x = 1, y = -5, z = 3$$

2009-06-15 (B)

1. Odredite lokalne ekstreme funkcije $f(x, y) = 3x^2y - 2xy - y$.
2. Izračunajte $\iint_D y^2 dx dy$ gdje je D trokut s vrhovima u točkama $T_1(0, 0)$, $T_2(1, 1)$, $T_3(10, 1)$.
3. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ D'Alambertovim kriterijem.
4. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y'' + 4y = 9 \cos 3x$. Odredite vrijednost konstanti za početne uvjete $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
5. Riješite sustav i napišite bar dva rješenja:

$$\begin{aligned} 4x + 3y - 5z &= 15 \\ 3x + y - 6z &= 3 \end{aligned}$$

RJEŠENJA

$$1. \text{ nema ekstrema} \quad 2. I = \frac{9}{4} \quad 3. \text{ red divergira} \quad 4. y = \frac{14}{5} \cos 2x - \frac{9}{5} \cos 3x$$

$$5. \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} -6 \\ 33 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 13 \\ -9 \\ 5 \end{bmatrix} \cdot \lambda$$

2009-06-29 (A)

1. Nacrtajte domenu i napišite formulu prvog diferencijala funkcije $f(x, y) = \ln(9 - x^2 - y)$ u točki $(1, 7)$.

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3 - 2x)^n}{n\sqrt{n}}$.

3. Izračunajte

$$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$$

gdje je $D = \triangle ABC$ s vrhovima $A(0, 0)$, $B(2, 2)$ i $C(0, 2)$.

4. Riješite diferencijalnu jednačinu $xy' - y = x^3 + x^2 + x$.

5. Riješite sustav jednačina

$$\begin{aligned} 2x - y + 3z &= 5 \\ x + 2y + z &= 6 \end{aligned}$$

RJEŠENJA

1. $df = -2dx - dy$ 2. konvergira za $x \in [1, 2]$ 3. $I = \frac{16}{3}$ 4. $y = x \left(\frac{x^2}{2} + x + \ln x + C \right)$

5.
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 16 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{5} \begin{bmatrix} -7 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} \cdot \lambda$$

2009-06-29 (B)

1. Nacrtajte domenu i napišite formulu prvog diferencijala funkcije $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ u točki $(1, 2)$.

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x + 3)^n}{\sqrt{n}}$.

3. Izračunajte

$$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$$

gdje je $D = \triangle ABC$ s vrhovima $A(0, 0)$, $B(4, 0)$ i $C(4, 4)$.

4. Riješite diferencijalnu jednačinu $x^2y' + y = 4$.

5. Riješite sustav jednačina

$$\begin{aligned} 2x + 3y - z &= 5 \\ x + y + z &= 6 \end{aligned}$$

RJEŠENJA

1. $df = -\frac{1}{2}dx - dy$ 2. konvergira za $x \in \langle -1, -2 \rangle$ 3. $I = \frac{256}{3}$ 4. $y = 4 + C \cdot e^{1/x}$

5.
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ -7 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \lambda$$

2009-07-06

1. Nacrtajte domenu i napišite jednadžbu normale na graf funkcije $f(x, y) = \ln(6x - x^2 - y^2)$ u točki $(1, 2)$.

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2x+3}{3-2x}\right)^n$.

3. Izračunajte $\iint_D x \, dx \, dy$ gdje je $D = \triangle ABC$ s vrhovima $A(1, 1)$, $B(4, 1)$ i $C(4, 4)$.

4. Riješite diferencijalnu jednadžbu $(2x - \ln y) \, dx + \left(6y - \frac{x}{y}\right) \, dy = 0$

5. Riješite sustav jednadžbi

$$\begin{aligned} 2x + 3y - z &= 5 \\ x + y + z &= 6 \\ x - y + 3z &= 1 \end{aligned}$$

RJEŠENJA

1. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z}{-1}$ 2. konvergira za $x \in \langle -\infty, 0 \rangle$ 3. $I = \frac{27}{2}$

4. $3y^2 - x \ln y + x^2 = C$ 5. $x = -6, y = \frac{29}{4}, z = \frac{19}{4}$

2009-08-31

1. Napišite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu $z = \frac{1}{\ln(x+y)}$ u točki $T(1, 1)$.

2. Izračunajte $\iint_D xy^2 \, dx \, dy$ gdje je D trokut s vrhovima u točkama $T_1(0, 0)$, $T_2(1, 0)$ i $T_3(0, 3)$.

3. Ispitajte interval konvergencije reda $\frac{3x-1}{3} + \frac{(3x-1)^2}{9} + \frac{(3x-1)^3}{27} + \dots$ i ponašanja na rubovima tog intervala.

4. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y'' - 4y = 9xe^{3x}$. Odredite vrijednost konstanti za početne uvjete $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

5. Riješite matricnu jednadžbu

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

RJEŠENJA

1. $x + y + 2 \ln^2 2 \cdot z - 2 - \ln 4 = 0$ 2. $I = \frac{9}{20}$ 3. $x \in \langle -\frac{2}{3}, \frac{4}{3} \rangle$;

4. $y = \frac{41}{100}e^{-2x} + \frac{11}{4}e^{2x} + \frac{9}{25}(5x-6)e^{3x}$ 5. $X = \begin{bmatrix} -10 & -\frac{7}{2} & -\frac{15}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

2010-01-18

1. Nacrtajte domenu i napišite formulu prvog diferencijala funkcije $f(x, y) = \ln(9 - x^2 - y)$ u točki $(1, 2)$.

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+3)^n}{n\sqrt{n}}$.

3. Izračunajte

$$\iint_D (x^2 + xy) \, dx \, dy$$

gdje je $D = \triangle ABC$ s vrhovima $A(0, 0)$, $B(4, 0)$ i $C(4, 4)$.

4. Riješite diferencijalnu jednadžbu $x^2y' + y = 4$.

5. Riješite sustav jednadžbi

$$\begin{aligned} x + 3y - z &= 5 \\ 2x - y + z &= 6 \end{aligned}$$

RJEŠENJA

1. $df = -\frac{1}{3} dx - \frac{1}{6} dy$ 2. konvergira za $x \in [-1, -2]$ 3. $I = 96$

4. $y = 4 + C \cdot e^{1/x}$ 5. $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 23 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{7} \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix} \cdot \lambda$

2010-02-01 (A)

1. Odredite lokalne ekstreme funkcije $f(x, y) = \ln(2x^2 + 2xy + y^2 - 5x - 4y + 6)$.

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4-x)^n}{2^n}$.

3. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y' - \sin 2x = -y \cos x$.

4. Izračunajte

$$\iint_D \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2(x^2 + y^2)} dx dy$$

ako je područje D kružni vijenac zadan kružnicama $x^2 + y^2 = 4$ i $x^2 + y^2 = 9$.

5. Riješite matričnu jednadžbu

$$X \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = [1 \ 2 \ 3]$$

RJEŠENJA

1. $T_{\min}(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ 2. $x \in \langle 2, 6 \rangle$ 3. $y = 2 \sin x - 2 + C \cdot e^{-\sin x}$ 4. $I = 5\pi$ 5. $X = [-4 \ 9 \ 7]$

2010-02-01 (B)

1. Odredite lokalne ekstreme funkcije $f(x, y) = \ln(x^2 + 2xy + 3y^2 - 4x - 5y + 6)$.

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4+x)^n}{3^n}$.

3. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y' = \sin 2x + y \sin x$.

4. Izračunajte

$$\iint_D \frac{\ln(x^2 + y^2)}{2(x^2 + y^2)} dx dy$$

ako je područje D kružni vijenac zadan kružnicama $x^2 + y^2 = e^2$ i $x^2 + y^2 = e^4$.

5. Riješite matričnu jednadžbu

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

RJEŠENJA

1. $T_{\min}(\frac{7}{4}, \frac{1}{4})$ 2. $x \in \langle -7, -1 \rangle$ 3. $y = 2 - 2 \cos x + C \cdot e^{-\cos x}$
 4. $I = 12\pi$ 5. $X = (-4, 6, 9)^T$

2010-02-15

1. Odredite domenu i drugi diferencijal funkcije $z = \ln(y - x^2 - 1)$ u točki $T = (-1, 3)$.
2. Odredite intervale konvergencije reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(3-x)^n}$ i ispitajte konvergenciju na rubovima intervala.
3. Izračunajte

$$\iint_D (x+y) \, dx \, dy$$
 gdje je D područje u ravnini ograničeno pravcima $y = x - 2$, $y = 2 - x$ i $y = 2$.
4. Riješite diferencijalnu jednačinu $(ye^x + e^{-y}) \, dx + (e^x - xe^{-y}) \, dy = 0$.
5. Odredite nepoznatu matricu iz jednačine

$$X \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} = [2 \quad 0 \quad -1].$$

RJEŠENJA

1. $d^2z = -6 \, dx^2 - 2 \, dx \, dy - dy^2$ 2. $x \in \langle -\infty, 0 \rangle \cup \langle 6, +\infty \rangle$ 3. $I = \frac{40}{3}$
4. $ye^x + xe^{-y} = C$ 5. $X = [1 \quad \frac{8}{3} \quad -\frac{1}{3}]$

2010-04-12

1. Nacrtajte domenu funkcije $z = \ln(x^2 - y - 4)$. Napišite jednačinu ravnine tangencijalne plohe grafa funkcije u točki domene $T = (3, 4)$.
2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{\sqrt{n} n^2}$.
3. Izračunajte $\iint_D xy \, dx \, dy$, gdje je područje D omeđeno grafom funkcije $y = x^2$ i pravcem $y = 9$.
4. Riješite diferencijalnu jednačinu $x^2y \, dy = \frac{dx}{x \cos y}$. (?)
5. Riješite sustav linearnih jednačina

$$\begin{aligned} 2x + y - 4z &= 12 \\ 3x - 4y + 6z &= -5 \\ x + 3y - z &= 10 \end{aligned}$$

2010-06-14 (A)

1. Riješite matričnu jednadžbu $XA = B$ ako je zadano

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Odredite područje konvergencije reda i ispitajte ponašanje na rubovima intervala

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{\sqrt{n}}.$$

3. Odredite domenu i napišite drugi diferencijal funkcije $f(x, y) = \ln(y + x^2 - 1)$ u točki $T(0, 0)$.

4. Pokažite da je diferencijalna jednadžba egzaktna i zatim je riješite:

$$\frac{y}{x} dx + (y^3 + \ln x) dy = 0.$$

5. Izračunajte $\iint_D (xy - x^2) dx dy$ gdje je D područje omeđeno s $x = 0$, $y = 1$ i $y = 3x$.

2010-06-14 (B)

1. Riješite matričnu jednadžbu $AX = B$ ako je zadano

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Odredite područje konvergencije reda i ispitajte ponašanje na rubovima intervala

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-3)^n}{n^3}.$$

3. Odredite domenu i napišite drugi diferencijal funkcije $f(x, y) = e^{x^2 - y^2 - 3}$ u točki $T(2, 1)$.

4. Pokažite da je diferencijalna jednadžba egzaktna i zatim je riješite:

$$\frac{2x}{y^3} dx + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4} dy = 0.$$

5. Izračunajte $\iint_D (2x + y) dx dy$ gdje je D trokut s vrhovima u točkama $A(0, 0)$, $B(2, 4)$ i $C(2, 0)$.

2010-06-28 (A)

1. Gaussovom metodom eliminacije riješite sustav jednažbi

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 + 3x_3 - 3x_4 &= -1 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_4 &= -3 \end{aligned}$$

2. Odredite područje konvergencije reda i ispitajte ponašanje na rubovima intervala $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-3)^n}{4^n \cdot n^2}$.

3. Odredite i skicirajte domenu, te napišite drugi diferencijal funkcije

$$f(x, y) = \ln(4 - x^2 - y^2) + \sqrt{x+y}$$

u točki $T(0, 1)$.

4. Riješite diferencijalnu jednažbu $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x} x$.

5. Izračunajte $\iint_D 2xy \, dx \, dy$, gdje je D područje omeđeno s $y = -x^2 + 4$, $y = 3x$ i $x = 2$.

2010-06-28 (B)

1. Gaussovom metodom eliminacije riješite sustav jednažbi

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 2x_4 &= 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 &= 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 &= 2 \end{aligned}$$

2. Odredite područje konvergencije reda i ispitajte ponašanje na rubovima intervala $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^n}$.

3. Odredite i skicirajte domenu, te napišite drugi diferencijal funkcije

$$f(x, y) = \ln(x^2 - y - 3) + \sqrt{x}$$

u točki $T(1, 0)$.

4. Riješite diferencijalnu jednažbu $y' - y \operatorname{tg} x = \cos x$.

5. Izračunajte $\iint_D \frac{y}{x^2} \, dx \, dy$, gdje je D područje omeđeno s $(x-2)^2 + y^2 = 1$, a za $y \geq 0$.

2010-07-05 (A)

1. Gaussovom metodom eliminacije riješite sustav jednažbi

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 1 \\ 4x_1 + x_2 - 4x_3 &= 3 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 &= 1 \end{aligned}$$

2. Odredite područje konvergencije reda i ispitaajte ponašanje na rubovima intervala $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(3-x)^n}$.

3. Odredite i skicirajte domenu, te napišite drugi diferencijal funkcije

$$f(x, y) = y\sqrt{y-1} + \ln(x^2 - y + 4)$$

u točki $T(2, 2)$.

4. Riješite diferencijalnu jednažbu $y'' - y = 1 - 2 \cos 3x$.

5. Izračunajte $\iint_D x(2+y) dx dy$, gdje je D područje omeđeno s $y^2 - x = 0$ i $y + x - 2 = 0$.

2010-07-05 (B)

1. Gaussovom metodom eliminacije riješite sustav jednažbi

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 &= 4 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 &= 5 \\ 5x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= 9 \end{aligned}$$

2. Odredite područje konvergencije reda i ispitaajte ponašanje na rubovima intervala $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(2-2x)^n}$.

3. Odredite i skicirajte domenu, te napišite drugi diferencijal funkcije

$$f(x, y) = e^{x^2-3x} + \sqrt{y^2 - x}$$

u točki $T(0, 1)$.

4. Riješite diferencijalnu jednažbu $y'' + 6y' + 9y = 2x$.

5. Izračunajte $\iint_D \frac{y}{x^2} dx dy$, gdje je D područje omeđeno s $xy = 12$ i $x + y = 8$.

2010-09-01 (A)

1. Gaussovom metodom eliminacije riješite sustav jednažbi

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 & & + 2x_4 & = -3 \\ x_1 & & + 3x_3 - 3x_4 & = -1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 & = & 1 \end{aligned}$$

2. Odredite područje konvergencije reda i ispitajte ponašanje na rubovima intervala $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-5)^n}{4^n \cdot n^2}$.

3. Odredite i skicirajte domenu, te napišite drugi diferencijal funkcije

$$f(x, y) = \ln(3 + x - y) + \sqrt{y - x^2}$$

u točki $T(0, 1)$.

4. Riješite diferencijalnu jednažbu $y'' + 4y' = 9 \cos 3x$

5. Izračunajte $\iint_D 2xy \, dx \, dy$, gdje je D područje omeđeno s $y = -x^2 + 4$, $y = 3x$ i $x = 2$.

2010-09-01 (B)

1. Gaussovom metodom eliminacije riješite sustav jednažbi

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 & & + 2x_4 & = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 & = & 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 & = & 2 \end{aligned}$$

2. Odredite područje konvergencije reda i ispitajte ponašanje na rubovima intervala $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x-4)^n}{n \cdot 10^n}$.

3. Odredite i skicirajte domenu, te napišite drugi diferencijal funkcije

$$f(x, y) = \ln(x^2 - y - 3) + \sqrt{x}$$

u točki $T(1, 0)$.

4. Riješite diferencijalnu jednažbu $y'' + y' - 2y = 3e^{-2x}$

5. Izračunajte $\iint_D (2x + y) \, dx \, dy$, gdje je D područje omeđeno s $y = x^2 - 2$, $y = 1 - 2x$.

2011-01-31 (A)

1. Odredite i skicirajte domenu, te odredite drugu mješovitu derivaciju funkcije

$$f(x, y) = \ln(-3x + 2) + \sqrt{16 - y^2 - x^2}$$

u točki $T(-1, -1)$.

2. Odredite područje konvergencije reda i ispitaajte ponašanje na rubovima intervala

$$4 \left(\frac{1}{4}x - 1 \right) + 16 \left(\frac{1}{4}x - 1 \right)^2 + 64 \left(\frac{1}{4}x - 1 \right)^3 + \dots$$

3. Nađite partikularno rješenje diferencijalne jednačbe $\begin{cases} (2y - x)y' + (2x - y) = 0 \\ y(2) = 4 \end{cases}$

4. Izračunajte $\iint_D (x^2 + xy) dx dy$ gdje je D trokut s vrhovima $A(0, 0)$, $B(3, 3)$ i $C(0, 3)$.

5. Gaussovom metodom eliminacija riješite sustav jednačbi:

$$\begin{aligned} -2x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= 2 \\ -x_1 - x_2 + x_3 &= -1 \\ x_1 - 5x_2 - x_3 &= -3 \end{aligned}$$

2011-01-31 (B)

1. Odredite i skicirajte domenu, te odredite drugu mješovitu derivaciju funkcije

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 + 9) + \sqrt{-3y + 5}$$

u točki $T(1, 1)$.

2. Odredite područje konvergencije reda i ispitaajte ponašanje na rubovima intervala

$$\frac{4x - 1}{4} + \frac{(4x - 1)^2}{16} + \frac{(4x - 1)^3}{64} + \dots$$

3. Nađite partikularno rješenje diferencijalne jednačbe $\begin{cases} (2y + x)y' + (e^x + y) = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$

4. Izračunajte $\iint_D (xy + y^2) dx dy$ gdje je D trokut s vrhovima $A(0, 0)$, $B(4, 0)$ i $C(4, 4)$.

5. Gaussovom metodom eliminacija riješite sustav jednačbi:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ -2x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 2 \\ -3x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \end{aligned}$$

2011-05-02 (A)

1. Riješite sustav linearnih jednadžbi pomoću Gaussovih transformacija

$$\begin{aligned} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 &= 2 \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 &= 3 \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 4 \end{aligned}$$

2. Odredite područje konvergencije reda i ispitajte ponašanje na rubovima intervala

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n(x+5)}}{n}.$$

3. Odredite i skicirajte prirodno područje definicije zadane funkcije, te odredite prvi diferencijal funkcije $f(x, y) = \ln \frac{x^2 + y^2 - 10}{y}$.

4. Nađite rješenje diferencijalne jednadžbe $-(2xy^2 + y \sin x) dx + (\cos x - 2x^2y) dy = 0$.

5. Promijenite redoslijed integriranja i zatim izračunajte integral $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^1 y(x+4) dy$.

2011-05-02 (B)

1. Riješite sustav linearnih jednadžbi pomoću Gaussovih transformacija

$$\begin{aligned} 2x_1 + 6x_2 + 10x_3 - 4x_4 &= 6 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 &= 1 \\ 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 &= 5 \end{aligned}$$

2. Odredite područje konvergencije reda i ispitajte ponašanje na rubovima intervala

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{e^{3nx}}.$$

3. Odredite i skicirajte prirodno područje definicije zadane funkcije, te odredite prvi diferencijal funkcije $f(x, y) = \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - 13}{x}}$.

4. Nađite rješenje diferencijalne jednadžbe $(1 + y^2 \sin 2x) dx - y \cos 2x dy = 0$.

5. Promijenite redoslijed integriranja i zatim izračunajte integral $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 x(2+y) dx$.

2011-06-13 (A)

1. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (3x - 2)^n}{n^3 + 2}$. Ispitivanje posebno provedite za rubne točke intervala.
2. Nacrtajte domenu funkcije $z = \ln \frac{x^2 + y^2 - 6x}{x + y - 6}$. Napišite jednadžbu tangencijalne ravnine u točki $(1, 2)$.
3. Izračunajte $\iint_D x^2 dx dy$ gdje je D dio ravnine koji zatvaraju $x + y = 0$, $x^2 + y^2 = 100$ a u kojem se nalazi $T(-2, -2)$.
4. Riješite diferencijalnu jednadžbu $(x^2 - y^2)y' = xy$.
5. Zadana je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

i polinom $f(x) = x^2 + x + 1$. Odredite $f(A^{-1})$.

2011-06-13 (B)

1. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (2x - 3)^n}{n^2 + 1}$. Ispitivanje posebno provedite za rubne točke intervala.
2. Nacrtajte domenu funkcije $z = \ln \frac{x - y - 1}{x^2 - y - 1}$. Napišite jednadžbu tangencijalne ravnine u točki $(2, 0)$.
3. Izračunajte $\iint_D \cos(x^2 + y^2) dx dy$ gdje je D dio ravnine omeđen kružnicama $x^2 + y^2 = \pi^4$ i $x^2 + y^2 = 4\pi^4$.
4. Riješite diferencijalnu jednadžbu $(1 + e^y)yy' = e^x$.
5. Zadana je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

i polinom $f(x) = x^2 - x + 1$. Odredite $f(A^{-1})$.

2011-06-27 (A)

1. Riješite sustav linearnih jednačbi pomoću Gaussovih transformacija

$$\begin{aligned} 2x_1 + 6x_2 + x_3 &= 6 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 &= 4 \\ -x_1 - 3x_2 + 7x_3 &= -8 \end{aligned}$$

2. Zadan je red $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{e^{4nx}}$.

a) Napišite prva tri člana.

b) Odredite područje konvergencije reda i ispitajte ponašanje na rubovima intervala.

3. Zadana je funkcija $f(x, y) = \sqrt{9 - (x - 4)^2 - y^2} - \sqrt{y + x^2 - 8x + 12}$. Odredite i skicirajte prirodno područje definicije zadane funkcije, te odredite njen prvi diferencijal.

4. Riješite diferencijalnu jednačbu $xy' + y - e^x = 0$.

5. Izračunajte integral $\iint_D \frac{x}{y} dx dy$ gdje je D područje ograničeno kružnicom sa središtem u točki $S(3, 0)$ i polumjerom 1 za $y \geq 0$.

2011-06-27 (B)

1. Riješite sustav linearnih jednačbi pomoću Gaussovih transformacija

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 - 2x_3 &= -17 \\ 3x_1 - 11x_2 - 3x_3 &= -8 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 &= 5 \end{aligned}$$

2. Zadan je red $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n(x+6)}}{n}$.

a) Napišite prva tri člana.

b) Odredite područje konvergencije reda i ispitajte ponašanje na rubovima intervala.

3. Zadana je funkcija $f(x, y) = \sqrt{\ln(x^2 - x - 5 - y)}$. Odredite i skicirajte prirodno područje definicije zadane funkcije, te odredite njen prvi diferencijal.

4. Riješite diferencijalnu jednačbu $xy' + 3y - x^3 = 0$.

5. Izračunajte integral $\iint_D \frac{y}{x^2} dx dy$ gdje je D područje ograničeno kružnicom sa središtem u točki $S(2, 0)$ i polumjerom 1 za $y \geq 0$.

RJEŠENJA

1. 2. a) $e^{x+6} + \frac{e^{2x+12}}{2} + \frac{e^{3x+18}}{6}$ b) $x \in \langle -\infty, -6 \rangle$ 3. $df = \frac{(2x-1) dx - dy}{2(x^2-x-5-y)\sqrt{\ln(x^2-x-5-y)}}$

4. $y = \frac{1}{x^3} \left(\frac{x^6}{6} + C \right)$ 5.

2011-07-11 (A)

1. Riješite sustav linearnih jednadžbi pomoću Gaussovih transformacija:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 &= 4 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 &= 5 \\ 5x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= 9 \end{aligned}$$

2. Zadan je red $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln x)^n}{n^2 5^n}$

- a) Napišite prva tri člana reda.
b) Odredite područje konvergencije reda i ispitajte ponašanje na rubovima intervala.

3. Odredite ekstreme funkcije $f(x, y) = x^3 - 3xy - y^3$.

4. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y'' - 2y' + 2y = 10 \sin 2x$.

5. Izračunajte integral $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, gdje je D područje ograničeno s $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$ i $y = x$.
Nacrtati D !

2011-07-11 (B)

1. Riješite sustav linearnih jednadžbi pomoću Gaussovih transformacija:

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 &= 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 2 \\ 3x_1 + 2x_3 &= 5 \end{aligned}$$

2. Zadan je red $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln x)^n}{2^n n}$

- a) Napišite prva tri člana reda.
b) Odredite područje konvergencije reda i ispitajte ponašanje na rubovima intervala.

3. Odredite ekstreme funkcije $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$.

4. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y'' + 6y' + 18y = 45 \sin 3x$.

5. Izračunajte integral $\iint_D \frac{x^3 - 2x^2}{y^2} dx dy$, gdje je D područje ograničeno s $2y = x^2$ i $y = x$.
Nacrtati D !

2011-08-29 (A)

1. Zadana je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

i polinom $f(x) = 2x + 1$. Odredite $f(A^{-1})$.

2. Odredite područje konvergencije reda i ispitajte ponašanje na rubovima intervala:

$$4 \left(\frac{1}{4}x - 1 \right) + 16 \left(\frac{1}{4}x - 1 \right)^2 + 64 \left(\frac{1}{4}x - 1 \right)^3 + \dots$$

3. Odredite ekstreme funkcije $f(x, y) = 3x^2 - 2xy + y^2 - 8y$.

4. Riješite diferencijalnu jednačinu $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{x^2}{\cos x}$.

5. Izračunajte integral $\iint_D xy^2 dx dy$ gdje je D područje ograničeno s $y^2 = 2x$ i $x = \frac{1}{2}$. Nacrtati D !

2011-08-29 (B)

1. Zadana je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

i polinom $f(x) = 4x - 1$. Odredite $f(A^{-1})$.

2. Odredite područje konvergencije reda i ispitajte ponašanje na rubovima intervala:

$$\frac{4x - 1}{4} + \frac{(4x - 1)^2}{16} + \frac{(4x - 1)^3}{64} + \dots$$

3. Odredite ekstreme funkcije $f(x, y) = xy - x^3 - y^2$.

4. Riješite diferencijalnu jednačinu $xy' + y - e^x = 0$.

5. Izračunajte integral $\iint_D xy dx dy$ gdje je D područje ograničeno s $y = x^2$ i $x = y^2$. Nacrtati D !